北海道の入試問題にチャレンジ！　…11月号…　解答と解説

1 (1)　$a=1$　　(2)　$b=4$

(3)（計算）　ABとy軸との交点をDとすると，条件より，△ADCはDA＝DCの直角二等辺三角形である。DA＝2より，OD＝1となり，D(0, 1)

よってA(2, 1)，$1=4a$であるから，$a=\frac{1}{4}$

（答）　$a=\frac{1}{4}$

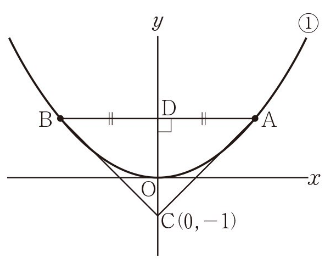
解説

(1)　点Aはx座標が2，y座標が4だから，A(2, 4)となる。$y=ax^2$の式に$x=2$，$y=4$を代入すると，$4=a\times2^2$，$4=4a$であるから，$a=1$

(2)　$a=2$のときの点Aの座標をまず求める。点Aは$y=2x^2$上の$x=2$である点だから，$y=2\times2^2=8$，A(2, 8)

直線$y=2x+b$が点Aを通るのだから，(1)と同様に，$x=2$，$y=8$を$y=2x+b$に代入すればよい。$8=2\times2+b$，$b=4$

(3)　点Aと点Bはy軸について対称な点だから，線分ABはy軸に垂直であり，右の図でDA＝DBである。また直角二等辺三角形は，正方形を対角線で分けてできる形だから，DC＝DAである。ここで点Aのx座標は2だから，DA＝2。DC＝2でOC＝1だからOD＝1，D(0, 1)である。点Aのy座標も1だから，A(2, 1)を通るときのaの値を求めればよい。



2 (1)　40度

(2)（正答例）　仮定より ∠ABE＝∠CBF　…①

∠BAE＝∠BCF　…②

三角形の内角と外角の関係から

∠AEF＝∠ABE＋∠BAE　…③

∠AFE＝∠CBF＋∠BCF　…④

①，②，③，④より，∠AEF＝∠AFE　…⑤

⑤から，△AEFは二等辺三角形である。

したがって AE＝AF

解説

(1)　△ABDにおいて，∠ADC＝∠ABD＋∠BAD，DA＝DBならば∠ABD＝∠BADだから，

2×∠BAD＝80° よって ∠BAD＝80°÷2＝40°

(2)　ある三角形が二等辺三角形であることを証明するには，三角形の合同などを利用して，2辺が等しいことを直接的に証明する方法と，2つの角が等しいことを証明する方法がある。AE＝AFを証明するには，∠AEFと∠AFEが等しいことを導けばよい。

図に線分BF，点Eを正しく書き入れ，等しい角に印をつけよう。△ABEと△CBFが相似であることに気づけば容易。証明は①，②から∠AEB＝∠CFBを導き，∠AEF＝180°−∠AEB，∠AFE＝180°−∠CFBであることから∠AEF＝∠AFEを導いてもよい。