北海道の入試問題にチャレンジ！　…11月号…　解答と解説

1　(1)　$a=2$　(2)　$\sqrt{5}$

(3)　(計算)　底辺ABが共通なので，△ABCと△OABの高さの比は，それぞれの面積の比に等しくなる。A(2, 4)，B(−1, 1)，C(2, 0)より，△ABCの面積は$\frac{1}{2}\times4\times3=6$ …①　点Bとx座標が等しいx軸上の点をDとすると，△OABの面積は，台形ABDCの面積から△OACと△OBDの面積をひいたものであるから，

$\frac{1}{2}\times(1+4)\times3-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times1\times1=3$ …②

①，②より，△ABCの面積：△OABの面積＝2：1

(答)　△ABCの高さ：△OABの高さ＝2：1

解説

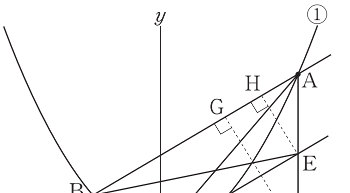
(1)　点A，点Bのy座標を，それぞれaを使った式で表すと，点Aのy座標は$a\times2^2=4a$，点Bのy座標は$a\times(-1)^2=a$である。この差が6であることから，$4a-a=6$，$3a=6$，$a=2$となる。

(2)　$a=\frac{1}{4}$のとき，点Aのy座標は$y=\frac{1}{4}\times2^2=1$

頂点Aからx軸に垂線を引き，x軸との交点をC(2, 0)とすると，OC＝2，AC＝1であるから，△AOCにおいて三平方の定理を利用して，

$OA^2=2^2+1^2=5$，$OA=\sqrt{5}$

(3)　**別解例**　右の図のように，辺ABに平行で原点Oを通る直線をひき，ACとの交点をEとすると，



△OAB＝△EABとなる△ABEができる。線分ABを底辺とみたときの△ABCと△ABEの高さは，図のCGとEHであるが，CG∥EHよりCG：EH＝AC：AEであるから，CGとEHの比はACとAEの比で求められる。

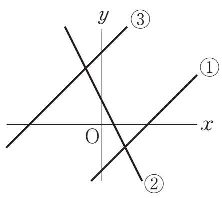
A(2, 4)，B(−1, 1)より直線ABの傾きは

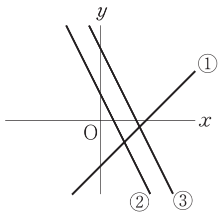
$\frac{4-1}{2-(-1)}=1$，直線OEの式は$y=x$となるので，E(2, 2)　AC：AE＝4：2＝2：1である。

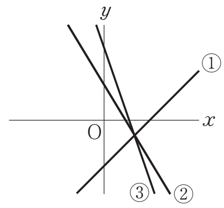
2　$a=1,\ -2,\ -\frac{11}{3}$

解説

3つのグラフによって三角形ができないのは，③のグラフが，①と平行になるとき(右図)，②と平行になるとき(右下図)，①と②の交点を通るとき(右下図)の3通り。2つの直線が平行になるのは，それぞれの傾きが等しいときで，③が①と平行になるときは$a=1$，②と平行になるときは$a=-2$となる。また，①と②の交点の座標は，2つの直線の式を連立方程式として解いたときの解であるから，$x-6=-2x+3$，$3x=9$，







$x=3$，$y=-3$　よって，①と②の交点は(3, −3)

③のグラフがこの点を通るので，③の式に$x=3$，$y=-3$を代入して，$-3=3a+8$，$3a=-11$，

$a=-\frac{11}{3}$